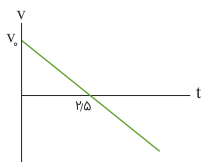




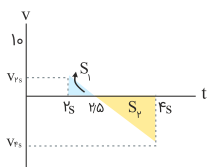
گام اول: طبق تقارنی که حرکت با شتاب ثابت نسبت به لحظه تغییر جهت دارد، اگر جابه‌جایی در یک بازه زمانی صفر باشد، سرعت در لحظه وسط آن بازه برابر با صفر است؛ بنابراین چون جابه‌جایی در ثانیه سوم حرکت صفر است، متحرک در لحظه $۲/۵$ s تغییر جهت داده است. گام دوم: چون شتاب -۴ m/s^2 است و متحرک در لحظه $۲/۵$ s تغییر جهت داده است، نمودار سرعت زمان متحرک به صورت زیر خواهد بود:



باتوجه به $a = -۴ \text{ m/s}^2$ ، v_0 برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -۴ = \frac{0 - v_0}{۲/۵ - 0} \Rightarrow v_0 = ۱۰ \text{ m/s}$$

گام سوم: سرعت‌های متحرک در لحظات $t_1 = ۲$ s و $t_2 = ۴$ s را تعیین می‌کنیم و با استفاده از مساحت زیر نمودار، مسافت طی‌شده در بازه $(۲ \text{ s}, ۴ \text{ s})$ را به دست می‌آوریم.



$$v = at + v_0 = -۴t + ۱۰ \Rightarrow \begin{cases} v_{2s} = ۲ \text{ m/s} \\ v_{4s} = -۶ \text{ m/s} \end{cases}$$

$$L = S_1 + S_2 = \frac{۲ \times ۱۰/۵}{۲} + \frac{۱/۵ \times ۶}{۲} = ۵ \text{ m}$$

باتوجه به نمودار، در ۲۰ ثانیه اول حرکت، مقدار تغییرات سرعت برابر است با ۲۰ m/s ؛ یعنی سرعت در لحظه $t_1 = ۲۰$ s، -۲۰ m/s است (مساحت زیر نمودار $t - a$ ، برابر تغییرات سرعت است) از لحظه $t_1 = ۲۰$ s به بعد، شتاب ۲ m/s^2 است؛ پس داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = ۲t - ۲۰$$

متحرک در لحظه‌ای (لحظه‌هایی) تغییر جهت می‌دهد که سرعتش صفر می‌شود، بنابراین:

$$v = 0 \Rightarrow ۲t - ۲۰ = 0 \Rightarrow t = ۱۰ \text{ s}$$

پس متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد (در لحظه $t = ۱۰$ s).

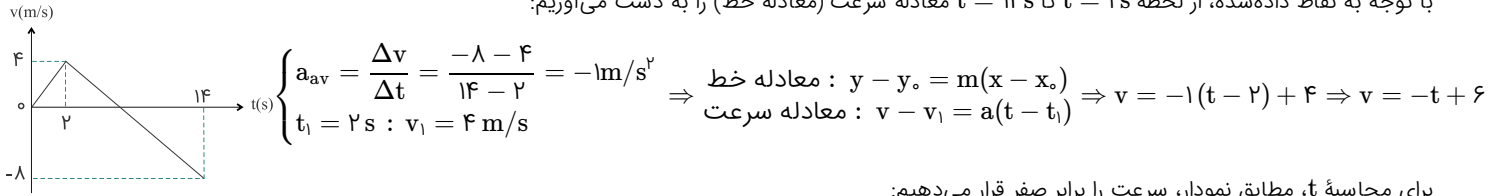
t	۱۰
v	- ۰ +

گام اول

چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده؟ $\Delta t = ?$, $v < 0$

گام دوم

مطابق نمودار، مدت زمانی که در جهت مخالف حرکت کرده، یعنی علامت سرعتش منفی بوده است، از $t = ۱۴$ تا $t = ۱۴$ ثانیه است. بنابراین t را باید بیابیم:
با توجه به نقاط داده شده، از لحظه $t = ۲s$ تا $t = ۱۴s$ معادله سرعت (معادله خط) را به دست می آوریم:

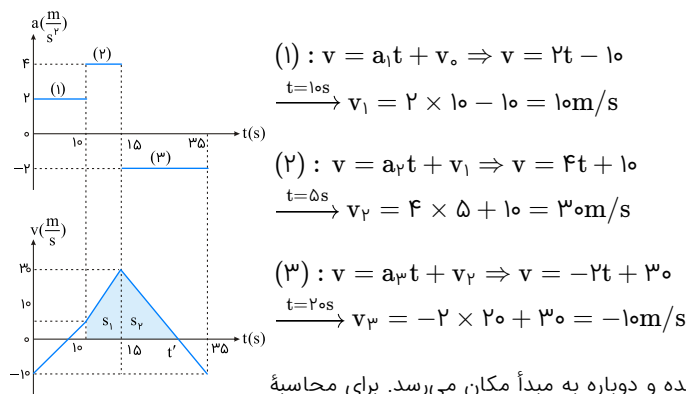


برای محاسبه t ، مطابق نمودار، سرعت را برابر صفر قرار می دهیم:

$$v = -t + 6 \Rightarrow 0 = -t + 6 \Rightarrow t = 6s$$

پس مدت زمانی که متحرک در جهت مخالف محور x بوده از $t = 6s$ تا $t = ۱۴s$ است یعنی: $۱۴ - 6 = ۸s$

باتوجه به نمودار شتاب- زمان، نمودار سرعت- زمان را رسم کرده و از طریق مساحت زیر نمودار سرعت- زمان، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در بازه زمانی داده شده را محاسبه می کنیم:



باتوجه به نمودار سرعت- زمان، متحرک در بازه زمانی ۰ تا ۱۰ ثانیه، از مبدأ مکان دور شده و دوباره به مبدأ مکان می رسد. برای محاسبه بیشترین فاصله متحرک از مبدأ کافی است مساحت بالای محور زمان را از بازه $t = 10s$ تا t' به دست آوریم.

$$(۳) : v = -2t + 70 \Rightarrow 0 = -2t + 70 \Rightarrow t = 35s$$

یعنی در لحظه $t' = 15 + 15 = 30s$ سرعت در مرحله سوم صفر می شود.

$$|\Delta x| = S_1 + S_2 = \left[\frac{10 + 70}{2} \times (15 - 10) \right] + \left[\frac{70 \times (70 - 15)}{2} \right] = (70 \times 5) + (15 \times 15) = 325 \text{ m}$$

گام اول

الف) فاصله ۸۰ متری از A تا B $\Delta x_{A-B} = 80\text{m}$

ب) در مدت ۸ ثانیه طی می کند $\Delta t = 8\text{s}$

ج) در لحظه رسیدن به نقطه B سرعتش به 15m/s می رسد $v_B = 15\text{m/s}$

د) شتاب متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $a = ?$

گام دوم

روش اول:

ابتدا v_A را از رابطه $v_{av} = \frac{v_A + v_B}{2}$ محاسبه کرده و سپس با استفاده از معادله $v_B = at + v_A$ ، شتاب را به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{v_A + v_B}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_A + v_B}{2} = \frac{80}{8} \Rightarrow v_A = 5\text{ m/s}$$

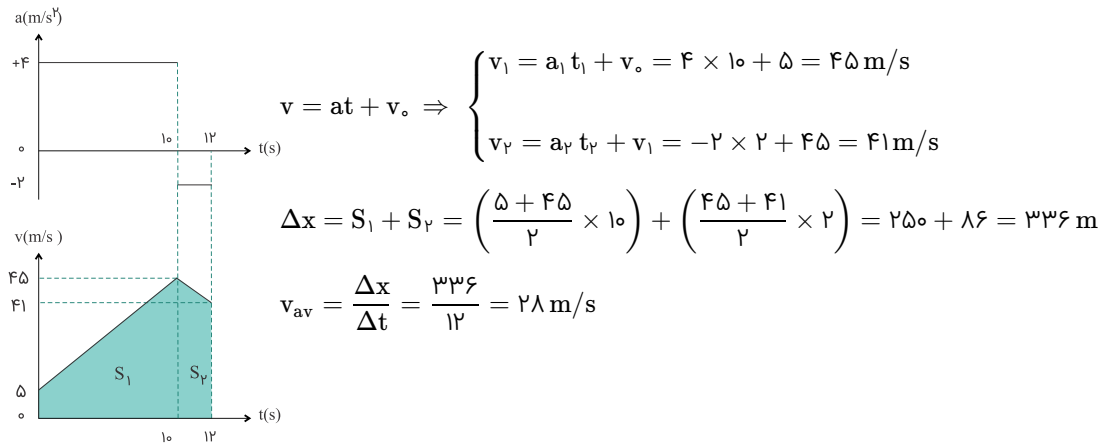
$$v_B = at + v_A \Rightarrow 15 = a \times 8 + 5 \Rightarrow a = \frac{5}{4}\text{ m/s}^2$$

روش دوم:

اگر حرکت متحرک را از B به سمت A در نظر بگیریم. سرعت اولیه همان v_B می شود ولی در جهت منفی و با استفاده از رابطه $\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ و جایگذاری داده ها به راحتی شتاب به دست می آید.

$$\begin{cases} \Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t \\ \Delta x = x_A - x_B = -80 \Rightarrow -80 = -\frac{1}{2}a \times (8)^2 - 15 \times 8 \Rightarrow a = \frac{5}{4}\text{ m/s}^2 \\ v_{0B} = v_B = -15\text{ m/s} \end{cases}$$

برای محاسبه سرعت متوسط متحرک در این بازه، نمودار سرعت- زمان را رسم می کنیم و از روی نمودار سرعت- زمان، مقدار جابه جایی و در نهایت سرعت متوسط متحرک را به دست می آوریم:



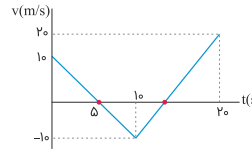
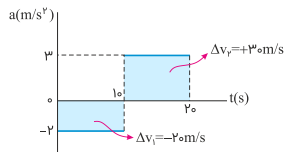
طبق تعریف سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6 - 0}{4 - 1} = -2\text{ m/s}$$

گام اول: نمودار سرعت زمان متحرک را تا لحظه $t = ۲۰\text{ s}$ رسم می‌کنیم:

گام دوم: باتوجه به نمودار $v - t$ جابه‌جایی متحرک در ۱۰ s اول صفر است؛ پس برای دومین بار در لحظه $t = ۱۰\text{ s}$ از مبدأ عبور می‌کند.

گام سوم: اگر شروع مجدد حرکت را با شتاب ۳ m/s^2 لحظه $t = ۱۰\text{ s}$ فرض کنیم، $\frac{۱۰}{۳}\text{ s}$ بعد سرعت متحرک صفر و $\frac{۲۰}{۳}\text{ s}$ بعد سرعت متحرک ۱۰ m/s شده و در این لحظه مجدداً متحرک از مبدأ عبور می‌کند؛ پس باتوجه به اینکه فرض کردید لحظه شروع حرکت $t = ۱۰\text{ s}$ باشد، لحظه‌ای که متحرک برای سومین بار از مبدأ عبور می‌کند را به دست می‌آوریم:



$$t = ۱۰ + \frac{۲۰}{۳} = \frac{۵۰}{۳}\text{ s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۵

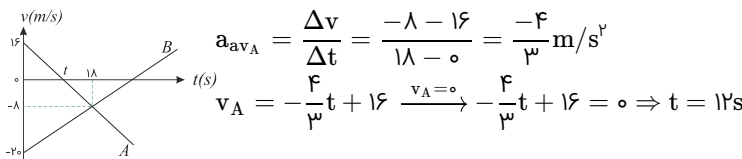
گام اول

الف) در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده $v_A > ۰$

ب) بزرگی جابه‌جایی متحرک B، چند متر است؟ $\left| \Delta x_B \right| = ?$

گام دوم

ابتدا معادله سرعت- زمان متحرک A را به دست آورده و سپس مدت‌زمانی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده را محاسبه می‌کنیم:



حال کافی است معادله مکان- زمان متحرک B را نوشته و بزرگی جابه‌جایی آن را از لحظه $t = ۰$ تا $t = ۱۲\text{ s}$ به دست آوریم:

$$a_{avB} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۱۰ + ۲۰}{۱۲ - ۰} = \frac{۱۰}{۱۲}\text{ m/s}^2$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + (v_0)_B t + (x_0)_B \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2} \times \frac{10}{12} \times (12)^2 + (-20) \times (12)$$

$$\Rightarrow \Delta x_B = 48 - 240 = -192 \Rightarrow |\Delta x_B| = 192\text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{۱۰\text{ s}} - x_0}{۱۰ - ۰} = \frac{۲۰ - (-۴۰)}{۱۰} = ۶\text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۹

گام اول

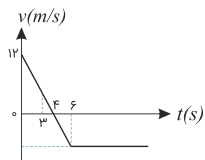
بزرگی شتاب متوسط در بازه زمانی ۳ تا ۶ ثانیه؟ $a_{av(۳\text{ s} - ۶\text{ s})} = ?$

گام دوم

چون در بازه زمانی ۰ تا ۶ ثانیه شتاب (شیب) ثابت است، پس شتاب متوسط در تمامی بازه‌های زمانی بین زمان‌های ۰ تا ۶ ثانیه باهم برابر است یعنی:

$$a_{av(۰ - ۶\text{ s})} = a_{av(۰ - ۳\text{ s})} = a_{av(۳\text{ s} - ۶\text{ s})}$$

$$|a_{av(۳\text{ s} - ۶\text{ s})}| = |a_{av(۰ - ۳\text{ s})}| = \frac{|\Delta v|}{|\Delta t|} = \frac{|۰ - ۱۲|}{|۳ - ۰|} = ۴\text{ m/s}^2$$



گزینه ۲

۱۲

از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ داریم:

$$-۴ = \frac{v_{10} - v_{\Delta}}{10 - \Delta} \Rightarrow v_{10} - v_{\Delta} = -۲0 \text{ m/s (I)}$$

$$۲ = \frac{v_{1۲} - v_{10}}{1۲ - 10} \Rightarrow v_{1۲} - v_{10} = ۴ \text{ m/s (II)}$$

دو معادله (I) و (II) را باهم جمع می‌کنیم:

$$(I) + (II) = v_{1۲} - v_{\Delta} = ۴ - ۲0 = -۱۶ \text{ m/s}$$

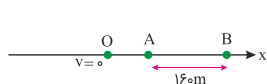
حال شتاب متوسط در بازه زمانی ۵ s تا ۱۲ s را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{v_{1۲} - v_{\Delta}}{1۲ - \Delta} = \frac{-۱۶}{۲} \text{ m/s}^۲$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

گزینه ۲

۱۳



$$a = ۲ \text{ m/s}^۲$$

$$x = \frac{1}{۲}at^۲ + v_0t + x_0 \xrightarrow{a=۲\text{m/s}^۲, v_0=0, x_0=0} x = t^۲ \Rightarrow \begin{cases} OA = t_{OA}^۲ & (1) \\ OB = t_{OB}^۲ \Rightarrow OA + ۱۶0 = (t_{OA} + ۸)^۲ & (۲) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \Rightarrow (۲)} t_{OA}^۲ + ۱۶0 = t_{OA}^۲ + ۱۶t_{OA} + ۶۴ \Rightarrow ۱۶t_{OA} = ۹۶ \Rightarrow t_{OA} = ۶ \text{ s}$$

$$OA = t_{OA}^۲ \Rightarrow OA = ۶^۲ = ۳۶ \text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

گزینه ۲

۱۴

با دو بار استفاده از معادله مستقل از زمان برای حرکت شتاب ثابت، داریم:

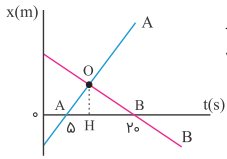
$$v^۲ - v_0^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow v^۲ - ۱0^۲ = ۲(-۲) \times ۲\Delta \Rightarrow v = 0$$

$$\Rightarrow v'^۲ - v^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow v'^۲ - 0 = ۲(۲)(۶1 - ۲\Delta) \Rightarrow v' = ۱۲ \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

راهحل اول:

در مثلث OAB شیب خط OA دو برابر بزرگی شیب خط OB است بنابراین $HB = 2AH$ است پس:



$$AH + HB = 15$$

$$3AH = 15 \Rightarrow AH = 5$$

بنابراین دو متحرک در لحظه $t = 10\text{ s}$ به هم می‌رسند.

چون در ابتدا از هم 150 m فاصله داشته‌اند و پس از 10 s به هم رسیده‌اند پس 10 s ثانیه بعد (یعنی لحظه $t = 20\text{ s}$) فاصله آن‌ها از هم باز هم 150 m است.

راهحل دوم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \\ x_B = -|v_B| t + x_{0B} \end{cases} \xrightarrow{v_A = 2|v_B|} x_A = 2|v_B| \times 10 + x_{0A}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 2|v_B| \times 10 + x_{0A} = -|v_B| \times 10 + x_{0B}$$

$$\Rightarrow 3|v_B| = x_{0B} - x_{0A} = 150$$

$$\Rightarrow |v_B| = 50\text{ m/s}, v_A = 100\text{ m/s}$$

حال معادله مکان- زمان را برای دو متحرک می‌نویسیم و فاصله آن‌ها را در لحظه $t = 20\text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_A = 10t + x_{0A} \\ x_B = -50t + x_{0B} \end{cases} \xrightarrow{t=20\text{ s}} x_A - x_B = (10 \times 20 + x_{0A}) - (-50 \times 20 + x_{0B})$$

$$\Rightarrow x_A - x_B = 300 - 150 = 150\text{ m}$$

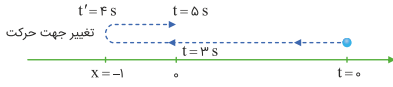
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{(v-t)}}{\Delta t} = \frac{\frac{v_{\max} \times 25}{2}}{25} = \frac{v_{\max}}{2} = 10 \Rightarrow v_{\max} = 20\text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

در بازه زمانی 2 s تا 10 s مسافت طی‌شده بیش از دو برابر مسافت طی‌شده در بازه زمانی 6 s تا 10 s است، درحالی‌که بازه زمانی آن دو برابر بازه زمانی 6 s تا 10 s است؛ بنابراین در بازه زمانی 2 s تا 10 s تندی متوسط بیشتر از بازه زمانی 6 s تا 10 s است. علاوه بر این برای مقایسه گزینه (۲) و (۳) بخشی از مسیر هر دو گزینه یکسان است (یعنی بازه 2 تا 6 ثانیه) پس کافی است بازه زمانی صفر تا 2 s را با 6 s تا 10 s مقایسه کنیم. باتوجه‌به نمودار، مسافت طی‌شده در بازه زمانی 6 s تا 10 s بیش از دو برابر مسافت طی‌شده در بازه زمانی صفر تا 2 s است. پس تندی متوسط در بازه زمانی 2 s تا 10 s بیشتر است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰



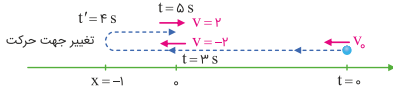
$$\Rightarrow t' = \frac{3+5}{2} = 4 \text{ s}$$

چون حرکت با شتاب ثابت است

$$\Delta x_{(5 \text{ s} \rightarrow 4 \text{ s})} = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} a (1)^2 + 0 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 = 2 \times 1 + 0 = 2 \text{ m/s}$$

پس سرعت در لحظه $t = 3 \text{ s}$ برابر با 2 m/s است. (تقارن سهمی در حرکت شتابدار با شتاب ثابت)



در نهایت به بررسی حرکت در بازه 0 تا 3 s می‌پردازیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow -2 = 2(3) + v_0 \Rightarrow v_0 = -8 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times (3)^2 + (-8)(3) = -15 \text{ m}$$

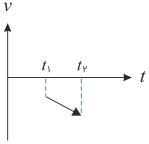
$$\ell_{(5 \text{ s} \rightarrow 0 \text{ s})} = 15 + 1 + 1 = 17 \text{ m}$$

مسافت طی شده

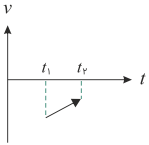
$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{17}{5} \text{ m/s}$$

تندی متوسط

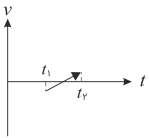
با توجه به پیوسته تندشونده بودن حرکت، اندازه سرعت باید در حال افزایش باشد و یا $av > 0$ باشد (شیب در نمودار سرعت- زمان، شتاب است).
گزینه ها را بررسی می کنیم:



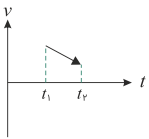
گزینه ۱: اندازه سرعت در حال افزایش است پس حرکت تندشونده است (از طرفی $av > 0$ است).



گزینه ۲: اندازه سرعت در حال کاهش است پس حرکت کندشونده است ($av < 0$).
گزینه ۳: ابتدا اندازه سرعت در حال کاهش و سپس افزایش است، پس حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است (ابتدا $av < 0$ و سپس $av > 0$).



گزینه ۴: اندازه سرعت در حال کاهش است، پس حرکت کندشونده است ($av < 0$).



گزینه ۱ درست است.

گام اول

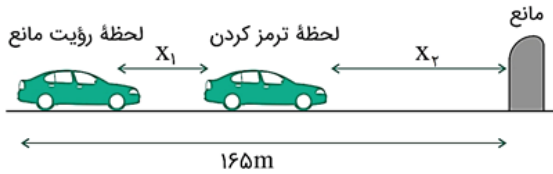
الف) اتومبیلی روی خط راست با سرعت ۱۰۸ km/h در حال حرکت است. $v_0 = ۱۰۸ \text{ km/h} = \frac{۱۰۸}{۳/۶} = ۳۰ \text{ m/s}$

ب) راننده با دیدن مانعی در فاصله ۱۶۵ m ← فاصله اتومبیل از مانع در لحظه دیدن آن

ج) با شتاب ثابت ۳ m/s^2 ترمز می‌کند و جلوی مانع می‌ایستد ← $a = -۳ \text{ m/s}^2$

گام دوم

باتوجه به شکل زیر و معادله سرعت- زمان خواهیم داشت:



$$x_2 = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-(30)^2}{-2 \times 3} = ۱۵۰ \text{ m}$$

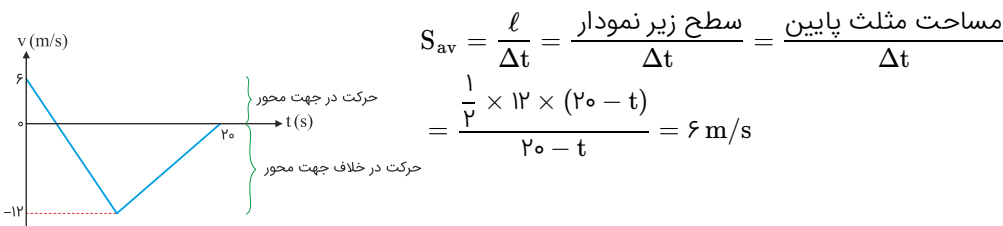
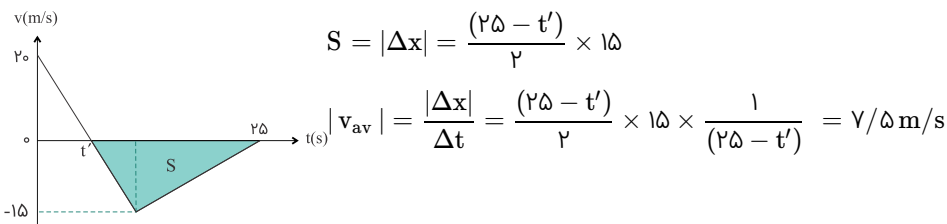
$$x_1 = ۱۶۵ - x_2 = ۱۶۵ - ۱۵۰ = ۱۵ \text{ m}$$

$$v = \frac{x_1}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{۱۵}{۳۰} = \frac{۱}{۲} \text{ s}$$

$$v = at_2 + v_0 \Rightarrow 0 = -3 \times t_2 + 30 \Rightarrow t_2 = ۱۰ \text{ s}$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{۱۰}{\frac{۱}{۲}} = ۲۰$$

مساحت زیر نمودار $v - t$ ، برابر است با مقدار جابه‌جایی متحرک. از طرفی باتوجه به اینکه بازه‌ای را می‌خواهیم که متحرک خلاف جهت محور x حرکت کرده، داریم: (بازه t' تا ۲۵)

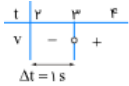


معادله حرکت جسم را با معادله مکان- زمان مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = ۲t^۲ - ۱۲t + ۱۰/۵t \\ x = \frac{1}{۲}at^۲ + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۴ \text{ m/s}^۲ \\ x_0 = ۱۰/۵ \text{ m/s} \\ v_0 = -۱۲ \text{ m/s} \end{cases}$$

معادله سرعت- زمان متحرک را نوشته و در بازه زمانی ۲s تا ۴s، مدت زمانی که سرعت متحرک منفی است را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = ۴t - ۱۲ \xrightarrow{v=0} 0 = ۴t - ۱۲ \Rightarrow t = ۳s$$



قسمتهایی که علامت سرعت منفی است، متحرک برخلاف جهت محور X حرکت کرده است.

بنابراین در بازه زمانی ۲ تا ۴ ثانیه، متحرک ۱ ثانیه در خلاف جهت محور X حرکت کرده است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

باتوجه به اینکه در بازه (۲s, ۴s)، جابه‌جایی دو متحرک باهم برابر است، سرعت متوسط این دو متحرک نیز باهم برابر است.

$$v_{av}(B) = v_A$$

در حرکت شتاب ثابت سرعت متوسط بین دو لحظه t_1 و t_2 با سرعت متوسط متحرک در وسط بازه یعنی لحظه $\frac{t_1 + t_2}{۲}$ برابر است.

بنابراین در لحظه $t = \frac{۴ + ۱۲}{۲} = ۸ \text{ s}$ سرعت متوسط B با سرعت A برابر است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

گام اول: جابه‌جایی متحرک را در بازه زمانی ۱s تا ۶s به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = 3 \times 5 = 15 \text{ m}$$

چون متحرک تغییر جهت داشته پس مسافت بزرگ‌تر از جابه‌جایی است؛ بنابراین گزینه‌های ۱ و ۲ نمی‌توانند درست باشند.

گام دوم: جابه‌جایی متحرک را در بازه‌های زمانی یک ثانیه‌ای بررسی می‌کنیم. چون سرعت در $t = 2\text{s}$ صفر است، اگر جابه‌جایی در ثانیه سوم d باشد در ثانیه‌های بعدی مضرب فردی از d است:

$$\Delta x_1 = -\vec{d} \quad \text{بازه زمانی ۱s تا ۲s}$$

$$\Delta x_2 = \vec{d} \quad \text{بازه زمانی ۲s تا ۳s}$$

$$\Delta x_3 = 3\vec{d} \quad \text{بازه زمانی ۳s تا ۴s}$$

$$\Delta x_4 = 5\vec{d} \quad \text{بازه زمانی ۴s تا ۵s}$$

$$\Delta x_5 = 7\vec{d} \quad \text{بازه زمانی ۵s تا ۶s}$$

گام سوم: d را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 + \Delta x_5$$

$$15 = -d + d + 3d + 5d + 7d \Rightarrow 15 = 15d \Rightarrow d = 1 \text{ m}$$

گام چهارم: مسافت طی‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| + |\Delta x_5|$$

$$\ell = 1 + 1 + 3 + 5 + 7 = 17 \text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

مساحت زیر نمودار سرعت-زمان، برابر است با مقدار جابه‌جایی. پس کافی است مطابق شکل زیر مساحت قسمت هاشورخورده را محاسبه کنیم. برای این منظور معادله سرعت-زمان را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v_0 = 12 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow v = -t + 12$$

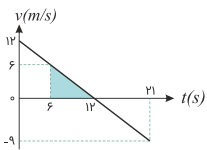
$$a = \frac{(-9) - (+12)}{21 - 0} = -1 \text{ m/s}^2 \quad \text{شیب خط}$$

سرعت متحرک در لحظه‌های $t = 6\text{s}$ و $t = 12\text{s}$ برابر است با:

$$\begin{cases} t_1 = 6\text{s} \Rightarrow v_1 = -6 + 12 = 6 \text{ m/s} \\ t_2 = 12\text{s} \Rightarrow v_2 = -12 + 12 = 0 \text{ m/s} \end{cases}$$

نمودار به صورت زیر است. پس مقدار جابه‌جایی را می‌توانیم بیایم.

$$\begin{cases} S = \frac{(12 - 6) \times 6}{2} = 18 \\ \Delta x = S \end{cases} \Rightarrow \Delta x = 18 \text{ m}$$



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

حرکت از ۳ مرحله تشکیل شده که در مراحل ۱ و ۳ شتاب و زمان مساوی است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = 20 \times 25 = 500 \text{ m}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 500 \Rightarrow \frac{1}{2}at_1^2 + vt_2 + \frac{1}{2}at_3^2 = 500$$

$$\xrightarrow{t_1=t_3, t_2=25-2t_1} \frac{1}{2}(\omega)t_1^2 + v(25 - 2t_1) + \frac{1}{2}(-\omega)t_1^2 = 500 \Rightarrow v(25 - 2t_1) = 500 \quad (1)$$

حرکت در مرحله دوم یکنواخت است و سرعت متحرک در طول این مرحله برابر است با سرعت نهایی متحرک در مرحله اول یعنی:

$$v = at_1 = \omega t_1 \quad (2)$$

پس با جایگذاری (۲) در رابطه (۱) داریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} \omega t_1(25 - 2t_1) = 500$$

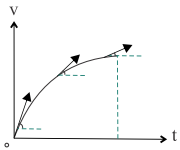
$$\Rightarrow 2t_1^2 - 25t_1 + 100 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 20 \text{ s} \\ t_1 = 5 \text{ s} \Rightarrow t_2 = 25 - 2(5) = 15 \text{ s} \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۴۰۰

سرعت در حال افزایش است پس حرکت تند شونده است. از طرفی شیب در نمودار سرعت - زمان، همان شتاب است؛ و چون شیب نمودار در هر نقطه متفاوت بوده پس شتاب متغیر است. در نتیجه حرکت تند شونده و با شتاب متغیر است.

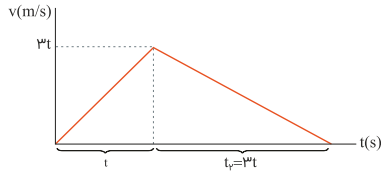


کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۸۷

گام اول: ابتدا نمودار سرعت زمان متحرک را رسم می‌کنیم. اگر مدت‌زمان حرکت متحرک با شتاب 3 m/s^2 برابر با t باشد، سرعت متحرک در انتهای حرکت با شتاب 3 m/s^2 ، طبق رابطه $v = at + v_0 = 3t + 0 = 3t$ به $v = 3t + 0 = 3t$ می‌رسد. در مرحله دوم که حرکت با شتاب 1 m/s^2 کند می‌شود، متحرک پس از مدت Δt می‌ایستد که Δt از رابطه $v = at + v_0$ به دست می‌آید. توجه کنید که سرعت اولیه مرحله دوم، سرعت انتهای قسمت اول است و سرعت انتهای این قسمت برابر با صفر است؛ بنابراین مدت حرکت قسمت دوم حرکت برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -1 \times t_p + 3t \Rightarrow t_p = 3t$$

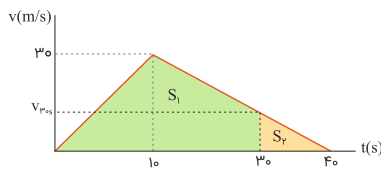
بنابراین نمودار سرعت زمان متحرک به صورت شکل زیر است:



گام دوم: مسافت طی‌شده توسط متحرک که همان مساحت سطح زیر نمودار است، برابر با 600 m است؛ بنابراین t برابر است با:

$$S = 600 \Rightarrow \frac{3t \times 4t}{2} = 600 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

گام سوم: برای محاسبه مسافت طی‌شده در $(0, 30 \text{ s})$ کافی است، مساحت سطح زیر نمودار را در این بازه به دست بیاوریم؛ یعنی S_1 .

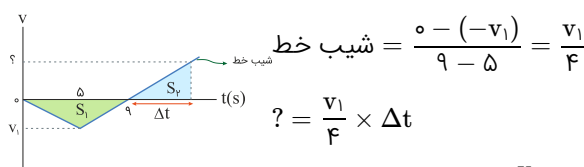


$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{در مرحله دوم}$$

$$\Rightarrow -1 = \frac{v_{30s} - 30}{30 - 10} \Rightarrow v_{30s} = 10 \text{ m/s}$$

$$S_1 = S_{\text{کل}} - S_2 = \frac{30 \times 40}{2} - \frac{10 \times 10}{2} = 550 \text{ m}$$

چون متحرک از $x = 0$ شروع به حرکت کرده است و مجدداً می‌خواهد به $x = 0$ برسد، جابه‌جایی متحرک باید صفر باشد. جابه‌جایی در نمودار $(v - t)$ برابر با مجموع جبری مساحت‌های زیر نمودار $(v - t)$ است؛ بنابراین مساحت سطح پایین محور t باید با مساحت بالای محور t برابر باشد. اگر لحظه برابری این دو مساحت را t در نظر بگیریم، داریم:



$$\text{شیب خط} = \frac{0 - (-v_1)}{9 - 0} = \frac{v_1}{9}$$

$$? = \frac{v_1}{9} \times \Delta t$$

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{v_1 \times 9}{2} = \frac{\frac{v_1}{9} \Delta t \times \Delta t}{2} \Rightarrow \Delta t = 9 \text{ s}$$

$$t = 9 + \Delta t = 9 + 9 = 18 \text{ s}$$

گام اول

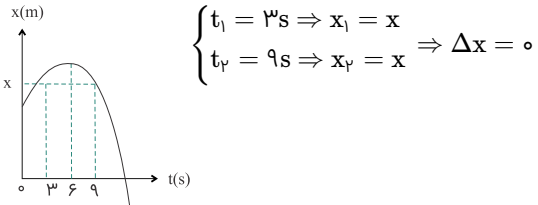
الف) نمودار مکان- زمان به صورت سهمی $\leftarrow$ شتاب ثابت

ب) مسافت طی شده در بازه $t = ۳s$ تا $t = ۹s$ برابر ۱۲ متر $\leftarrow d = ۱۲m, \Delta t = ۹ - ۳ = ۶s$

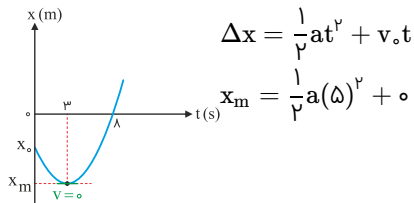
ج) جابه‌جایی متحرک چند متر است؟ $\leftarrow \Delta x = ?$

گام دوم

باتوجه به نمودار مکان- زمان، متحرک در لحظه $t = ۶s$ (لحظه‌ای که سرعت صفر شده) تغییر جهت می‌دهد. پس لزوماً مقدار مسافت طی شده برابر جابه‌جایی نیست. از طرفی $t = ۶s$ ، وسط بازه ۳ تا ۹ ثانیه می‌باشد؛ پس مکان لحظه $t_۱ = ۳s$ با مکان لحظه $t_۲ = ۹s$ برابر است، بنابراین:



از ۳s تا ۸s داریم:



از ۰ تا ۳s (تکنیک حرکت به طور معکوس):

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{1}{2} a t^2 + 0 \Rightarrow x_m - x_o = \frac{1}{2} a (3)^2 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} a (\delta)^2 - |x_o| &= \frac{1}{2} a (3)^2 \Rightarrow |x_o| = \frac{1}{2} a (2\delta) - \frac{1}{2} a (9) = \lambda a \\ \Rightarrow x_o &= -\lambda a \end{aligned}$$

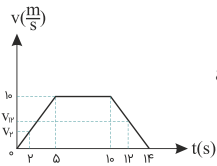
$$\vec{d} = \text{جابه‌جایی} = \Delta x = x_2 - x_1 = 0 - x_o = \lambda a$$

$$\ell = \text{مسافت طی شده} = (x_m - x_o) + (x_m - 0) = \frac{1}{2} a \times 9 + \frac{1}{2} a \times 25 = 17a$$

$$\frac{\vec{d}}{\ell} = \frac{\lambda a}{17a} = \frac{\lambda}{17}$$

شتاب متوسط از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید، پس برای اینکه شتاب متوسط در بازه زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$ را به دست بیاوریم، باید سرعت در این لحظه‌ها را محاسبه کنیم.

شیب (شتاب) نمودار در بازه $۵ - ۰$ ثانیه برابر است با:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۰ - ۰}{۵ - ۰} = ۲ \text{ m/s}^2$$

باتوجه به آنکه شیب (شتاب) ثابت است می‌توانیم سرعت را در لحظه $t = ۲s$ به دست آوریم.

$$v_1 = a_{av} t_1 + v_{01} \Rightarrow v_1 = ۲ \times ۲ + ۰ = ۴ \text{ m/s}$$

در بازه زمانی $۱۴ - ۱۰$ ثانیه هم به همین صورت داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۱۰}{۱۴ - ۱۰} = \frac{-۱۰}{۴} = -۲/۵$$

سرعت در لحظه $t = ۱۲s$ هم به دست می‌آید.

$$v_۲ = a_{av} t_۲ + (v_۰)_۲ \Rightarrow v_۲ = -۲/۵ \times ۲ + ۱۰ = ۵ \text{ m/s}$$

دقت شود که معادله این خط را از $t = ۱۰s$ ، یعنی دو ثانیه پس از لحظه $t = ۱۲s$ ، نوشتیم.

حال کافی است مقادیر سرعت در لحظات $t = ۱۲$ و $t = ۲$ را در رابطه شتاب متوسط جایگذاری کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۱۲} - v_۲}{\Delta t} = \frac{۵ - ۴}{۱۲ - ۲} = ۰/۱ \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

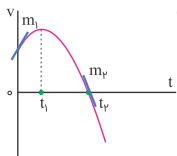
علت نادرستی گزینه‌های دیگر را بررسی می‌کنیم:

(۱) در بازه زمانی صفر تا t_1 تندی در حال افزایش است.

(۲) شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ نشان‌دهنده شتاب متحرک است. بزرگی شیب خط مماس در لحظه $t_۲$ ، بیشتر از بزرگی شیب خط مماس در لحظه t_1 است.

(۳) قبل از لحظه t_1 شتاب در جهت محور x است چون شیب خط مماس مثبت است و پس از لحظه t_1 شتاب در خلاف جهت محور x است چون

شیب خط مماس منفی است.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

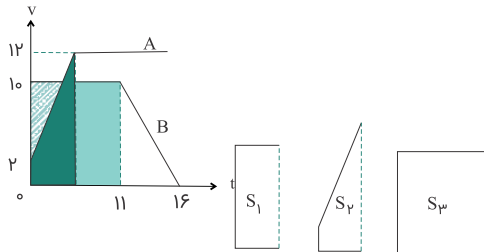
گام اول

الف) در لحظه $t = 0$ هر دو در مکان $x = 0$ ← $x_0A = x_0B = 0$

ب) چند ثانیه پس از $t = 0$ دو متحرک به هم می‌رسند؟ ← $t = ?$, $x_A = x_B$

گام دوم

مطابق نمودار $v - t$ داده شده و باتوجه به گزینه‌ها مسئله را از لحظه $t = 5s$ به بعد بررسی می‌کنیم؛ یعنی در حالت اول، از لحظه $t = 5s$ تا $t = 11s$ معادله مکان آن‌ها را مساوی قرار می‌دهیم و در حالت دوم از لحظه $t = 11s$ به بعد معادله مکان آن‌ها را باهم برابر می‌گذاریم:



معادله مکان دو متحرک A و B را در حالت اول ($t_1 = 5s$) نوشته و باهم مساوی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x_{1A} = |S_1| \\ S_1 = \frac{2 + 12}{2} \times 5 = 35 \Rightarrow x_{1A} = 35m \xrightarrow{v_A = 12m/s} x_A = 12t + 35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{1B} = |S_2| \\ S_2 = 10 \times 5 = 50 \Rightarrow x_{1B} = 50m \xrightarrow{v_B = 10m/s} x_B = 10t + 50 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow 12t + 35 = 10t + 50 \Rightarrow t = 7/5s \quad : t = 5s \text{ بعد از لحظه } 5s \text{ یعنی } 7/5s$$

این یعنی $7/5$ ثانیه بعد از لحظه $t = 5s$ که چون بازه زمانی در این مرحله $6s = 11 - 5$ است؛ پس در این حالت، دو متحرک به هم نمی‌رسند.

حالا معادله مکان دو متحرک از $t = 11s$ به بعد را مساوی قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \\ x_{0A} = S_1 + S_2 = 35 + 15 = 50 \Rightarrow x_A = 12t + 50 \end{cases} \quad (I)$$

$$\begin{cases} x_{0B} = S_3 = 110m, a = -\frac{10}{16-11} = -2m/s^2, v_{0B} = 10m/s \\ x_B = \frac{1}{2}at^2 + v_{0B}t + x_{0B} \Rightarrow x_B = -t^2 + 10t + 110 \end{cases} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} x_A = x_B \Rightarrow 12t + 50 = -t^2 + 10t + 110 \Rightarrow t = 1s$$

۱ ثانیه بعد از لحظه $t = 11s$ یعنی $t = 11 + 1 = 12s$ ثانیه بعد از $t = 0$ است.

گام اول

الف) قطار A به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت ۴۰ m/s ← ۴۰ m/s, $a_A = 0$, $v_A = 40 \text{ m/s}$

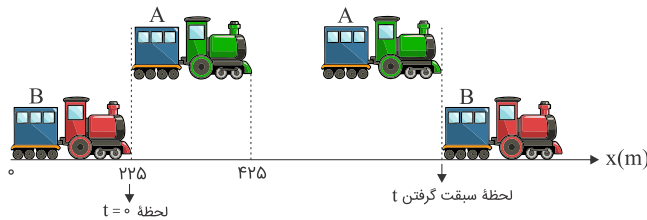
ب) قطار B به طول ۲۲۵ متر هنگامی که قطار A از آن عبور می‌کند با شتاب ثابت ۲ m/s^۲ در همان جهت به راه می‌افتد
 $v_{0B} = 0$, $a_B = +2 \text{ m/s}^2$, $x_{0A} = 225 \text{ m}$ ←

ج) قطار B سرعت خود را به ۵۰ m/s می‌رساند ← $v_{1B} = 50 \text{ m/s}$

د) قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت گرفته و کاملاً از آن عبور می‌کند ← $t_{\text{سبقت}} = ?$

گام دوم

باتوجه به شکل، برای ابتدای هر قطار معادله‌ها را نوشته و $t_{\text{سبقت}}$ را به دست می‌آوریم. با استفاده از معادله سرعت- زمان، زمانی که سرعت قطار B، ۵۰ m/s می‌شود (t_1) را محاسبه می‌کنیم:



$$v_B = a_B t_1 + v_{0B} \Rightarrow 50 = 2t_1 \Rightarrow t_1 = 25 \text{ s}$$

از لحظه $t_1 = 25 \text{ s}$ به بعد، قطار B با سرعت ثابت ۵۰ m/s به حرکت خود ادامه می‌دهد. در این لحظه مکان قطار A و B را به کمک معادله مکان آن‌ها می‌یابیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t_1 + x_{0A} \Rightarrow x_A = 1225 \text{ m} \\ x_B = \frac{1}{2} a_B t_1^2 + v_{0B} t_1 + x_{0B} \Rightarrow x_B = 625 \text{ m} \end{cases}$$

از این پس دو قطار با سرعت ثابت ۴۰ m/s, ۵۰ m/s حرکت می‌کنند و با توجه به رابطه $x_B - x_A = 200 \text{ m}$ (لحظه‌ای که قطار B از A کاملاً عبور کرده) زمان سبقت را به دست می‌آوریم:

$$x_A = v_A t_2 + x_{0A} \Rightarrow x_A = 40t_2 + 1225$$

$$x_B = v_B t_2 + x_{0B} \Rightarrow x_B = 50t_2 + 625$$

$$(50t_2 + 625) - (40t_2 + 1225) = 200 \Rightarrow t_2 = 80 \text{ s}$$

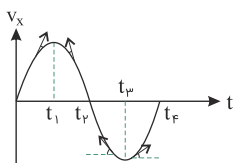
درنهایت زمان سبقت از لحظه شروع حرکت برابر است با:

$$t_{\text{سبقت}} = t + t_2 = 25 + 80 = 105 \text{ s}$$

گزینه ۱

بازه‌های زمانی که شیب‌شان مثبت باشد (مطابق نمودار) ۰ تا t_1 و t_3 تا t_4 است. پس با توجه به اینکه شیب در نمودار سرعت - زمان، همان شتاب است، درمی‌یابیم که شتاب در این بازه‌ها مثبت است.

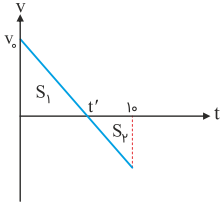
از طرفی چون شتاب مثبت است، بردار شتاب متحرک در جهت مثبت محور X است.



$$v_o > 0 \rightarrow \vec{v}_{av} = v/\omega \vec{i} = \frac{\Delta \vec{x}}{\underbrace{\Delta t}_{10s}} \Rightarrow \Delta \vec{x} = v\omega \vec{i} \Rightarrow \Delta x = +7\omega m$$

$$S_{av} = \frac{\ell}{\underbrace{\Delta t}_{10}} = \lambda/\omega m/s \Rightarrow \ell = \lambda\omega m$$

چون حرکت با شتاب ثابت است پس نمودار $v - t$ آن خطی (شیب ثابت) است. چون تندی متوسط از بزرگی سرعت متوسط بیشتر است پس حتماً تغییر جهت داشته‌ایم و در نتیجه نمودار نزولی بوده و در یک لحظه از محور t گذشته است.



$$\begin{cases} \text{جابه‌جایی} = S_1 - S_2 = 7\omega \\ \text{مسافت طی‌شده} = S_1 + S_2 = \lambda\omega \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = \lambda\omega m \\ S_2 = \omega m \end{cases}$$

تکنیک حرکت معکوس از t' تا صفر برای حذف v_o :

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \lambda\omega = \frac{1}{2}a(t')^2 \\ S_2 &= \omega = \frac{1}{2}a(10 - t')^2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم بر هم}} \frac{\lambda\omega}{\omega} = \left(\frac{t'}{10 - t'}\right)^2 \Rightarrow t' = \lambda s$$

$$\Rightarrow v_o = 20 m/s, S_1 = \lambda\omega$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{\lambda} = -2/\omega$$

$$\ell = \Delta x_{o-v} = \frac{1}{2}at^2 + v_o t = 3\omega m$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۴۰۰

گام اول:

سرعت اولیه هر دو جسم صفر است.

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند و به یک مقصد معین می‌رسند، پس جابه‌جایی آن‌ها یکسان است:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2}a_2 t_2^2 \quad (1)$$

گام دوم: متحرک شماره (۱) که شتاب بیشتری دارد ۲s زودتر به مقصد رسیده، پس:

$$t_1 = t_2 - 2 \quad (2)$$

گام سوم: چون زمان حرکت متحرک شماره (۱) را می‌خواهیم t_2 را از رابطه (۲) در رابطه (۱) قرار می‌دهیم و t_1 را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} a_1 t_1^2 = \frac{9}{16} a \times (t_1 + 2)^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{16} = \left(\frac{t_1}{t_1 + 2}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{t_1}{t_1 + 2}$$

$$\Rightarrow 4t_1 = 3t_1 + 6 \Rightarrow t_1 = 6s$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

به دلیل تقارن سهمی می‌توان گفت در لحظه $t = ۴\text{ s}$ سرعت متحرک صفر می‌شود (رأس سهمی).

$$\Delta x = \frac{v + v_o}{۲} \Delta t \Rightarrow ۲۴ - ۱۶ = \frac{o + v_o}{۲} \times ۴ \Rightarrow v_o = ۴\text{ m/s}$$
$$v = at + v_o \Rightarrow o = a \times ۴ + ۴ \Rightarrow a = -۱\text{ m/s}^۲$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۷